МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет

информационных технологий, механики и оптики»

Факультет информационных технологий и программирования

Кафедра информационных систем

Лабораторная работа № 1

Методы одномерного поиска экстремума.  
Методы многомерного поиска экстремума. Методы первого порядка: метод наискорейшего спуска

Выполнили студенты:  
Ивниций Алексей M3305  
Шеремет Сергей M3305  
Шипкова Мария M3303

Проверил:

Москаленко Мария Александровна

САНКТ–ПЕТЕРБУРГ  
2018

**Цель работы:** ознакомиться с методами одномерного поиска, используемыми в многомерных методах минимизации функций переменных. Сравнить различные алгоритмы по эффективности на тестовых примерах.

**Методы одномерного поиска экстремума**

Рассмотрим функцию

**Результаты:**

|  |  |
| --- | --- |
| Method | Result |
| Binary search | -1,570356143 |
| GoldDiv search | -1,570356451 |
| Fibo search | -1,570296327 |
| Direct search search | -1,570796327 |

Метод дихотомии

e=0.01

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Interval | Ratio | Left value | Right value |
| 3,141593 | 1 | -1 | 1 |
| 1,571286 | 0,500156 | -1 | 0,00049 |
| 0,786133 | 0,500312 | -1 | -0,70659 |
| 0,393557 | 0,500623 | -1 | -0,92355 |
| 0,197268 | 0,501245 | -1 | -0,98061 |
| 0,099124 | 0,502484 | -1 | -0,99509 |
| 0,050052 | 0,504943 | -1 | -0,99875 |
| 0,025516 | 0,50979 | -1 | -0,99967 |
| 0,013013 | 0,51 | -1 | -0,99992 |
| 0,006637 | 0,51 | -1 | -0,99998 |
| 0,003385 | 0,51 | -1 | -0,99999 |
| 0,001726 | 0,51 | -1 | -1 |
| 0,00088 | 0,51 | -1 | -1 |

Метод золотого сечения

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Interval | Ratio | Left value | Right value |
| 3,141593 | 1 | -1 | 1 |
| 1,941611 | 0,618034 | -1 | 0,362375 |
| 1,199982 | 0,618034 | -1 | -0,36237 |
| 0,741629 | 0,618034 | -1 | -0,73737 |
| 0,458352 | 0,618034 | -1 | -0,89678 |
| 0,283277 | 0,618034 | -1 | -0,96014 |
| 0,175075 | 0,618034 | -1 | -0,98471 |
| 0,108202 | 0,618034 | -1 | -0,99415 |
| 0,066873 | 0,618034 | -1 | -0,99776 |
| 0,04133 | 0,618034 | -1 | -0,99915 |
| 0,025543 | 0,618034 | -1 | -0,99967 |
| 0,015786 | 0,618034 | -1 | -0,99988 |
| 0,009757 | 0,618034 | -1 | -0,99995 |
| 0,00603 | 0,618034 | -1 | -0,99998 |
| 0,003727 | 0,618034 | -1 | -0,99999 |
| 0,002303 | 0,618034 | -1 | -1 |
| 0,001423 | 0,618034 | -1 | -1 |
| 0,00088 | 0,618034 | -1 | -1 |

Метод Фибоначчи

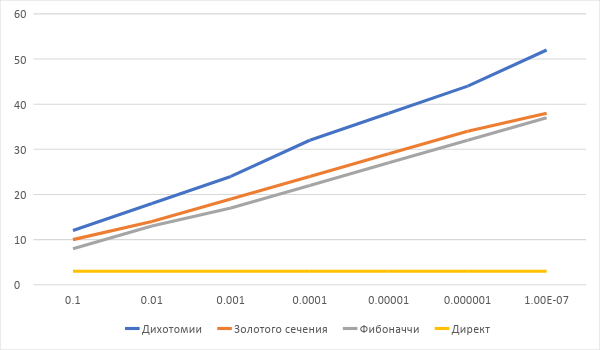
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Interval | Ratio | Left value | Right vale |
| 3,141593 | 1 | -1 | 1 |
| 1,94161 | 0,618034 | -1 | 0,362374 |
| 1,199982 | 0,618034 | -1 | -0,36237 |
| 0,741632 | 0,618035 | -1 | -0,73737 |
| 0,458349 | 0,618027 | -1 | -0,89678 |
| 0,283284 | 0,618054 | -1 | -0,96014 |
| 0,175064 | 0,617979 | -1 | -0,98472 |
| 0,108221 | 0,61818 | -1 | -0,99415 |
| 0,066843 | 0,617649 | -1 | -0,99777 |
| 0,041379 | 0,619046 | -1 | -0,99914 |
| 0,025464 | 0,615386 | -1 | -0,99968 |
| 0,015915 | 0,624998 | -1 | -0,99987 |
| 0,009549 | 0,600002 | -1 | -0,99995 |
| 0,006366 | 0,666665 | -1 | -0,99998 |
| 0,003183 | 0,500001 | -1 | -0,99999 |

Поиск минимума функции на прямой

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Interval | Ratio | Left value | Right value |
| 3,141593 | 1 | -1 | 1 |

Зависимость количества вычислений минимизируемой функции от логарифма задаваемой точности ε.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Eps | Дихотомии | Золотого сечения | Фибоначчи | Директ |
| 0,1 | 12 | 10 | 8 | 3 |
| 0,01 | 18 | 14 | 13 | 3 |
| 0,001 | 24 | 19 | 17 | 3 |
| 0,0001 | 32 | 24 | 22 | 3 |
| 0,00001 | 38 | 29 | 27 | 3 |
| 0,000001 | 44 | 34 | 32 | 3 |
| 1E-07 | 52 | 38 | 37 | 3 |



**ВЫВОД:** полученные зависимости совпадают с теоретическими, так как для достижения точности ε потребуется ln ((b0 − a0) ε) /ln2 итераций. Исключением является поиск минимум на прямой. Его зависимость не совпадает из-за особенностей данных прямых: начальная точка и есть минимумом и алгоритм находит его не делаю больше одной итерации.

**Методы многомерного поиска экстремума. Методы первого порядка: метод наискорейшего спуска**

Рассмотрим функцию 100

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Start point** | **FunctionEpsilon** | **IterationCount** | **CallCount** | **Result point** | **Result value** |
| 100,0000; 100,0000 | 0,1 | 2 | 102 | -10,0286; 100,5501 | 121,6839631 |
| 100,0000; 100,0000 | 0,01 | 2 | 123 | 10,0228; 100,4499 | 81,4158096 |
| 100,0000; 100,0000 | 0,001 | 2 | 153 | -10,0272; 100,5501 | 121,6021029 |
| 100,0000; 100,0000 | 0,0001 | 2 | 189 | 10,0222; 100,4499 | 81,40290228 |
| 100,0000; 100,0000 | 0,00001 | 24096 | 970258 | 1,0084; 1,0170 | 7,20694E-05 |
| 100,0000; 100,0000 | 0,000001 | 3710 | 339762 | 0,9782; 0,9569 | 0,000473639 |
| 100,0000; 100,0000 | 0,0000001 | 30330 | 3531397 | 1,0061; 1,0123 | 3,73331E-05 |

**Вывод:** Алгоритм наискорейшего спуска очень плохо работает при больших значениях допустимой погрешности из-за низкой точности. Также при очень маленьких значениях допустимой погрешности функция вызывается очень большое количество раз, то есть возрастает время работы функции, что говорит о низкой производительности метода в данном случае.

Сравнение аналитического и численного методов вычисления производной:  
аналитические решения теоретически не имеют погрешности, однако не всегда задача решается аналитически; численные методы проще формализовать